

5. Как определяется показатель Ляпунова и что он характеризует?

Показатель Ляпунова позволяет диагностировать, находится ли исследуемая система в хаотическом состоянии или нет.

Две траектории, близкие друг к другу в фазовом пространстве в некий начальный момент времени экспоненциально расходятся за малое среднее время.

Показатель Ляпунова можно задать выражением

$$\lambda = \frac{1}{t_N - t_0} \sum_{k=1}^N \ln \frac{d(t_k)}{d_0(t_{k-1})}$$

$\lambda > 0$ хаотическое движение

$\lambda \leq 0$ регулярное движение

$$\theta(\xi|0) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \frac{|\xi(t)|}{|\xi(0)|}, \text{ т.е. } \begin{cases} X_1(t) = X(t) + \xi(t) \\ |\xi(0)| = \varepsilon \rightarrow 0 \end{cases}$$

θ принимает ряд значений $\{\lambda_i\}$

Экспоненциальная расходимость и, следовательно, только поперечной, т.к. если система ор-на, то $d(t)$ не может воз-то до беск ($d(t)$ - мера расстояния и/л движение точек)

$\Rightarrow$ нужно усреднить экспоненц. рост по многим точкам вдоль траектории, чтобы от-то меру расходимости

Берем точку x_0 на исходной (реферной) траектории и x'_0 на близкой траектории.

Смотрим их движение пока расстояние и/л или не станет больше $\varepsilon_{\max}$. Фикс. время T_0 и отношение

или конечного и начального рас-ия и/л точ. x_0 и x'_0

$$\frac{\varepsilon'_0}{\varepsilon_0};$$

Далее выбираем точку x_1 на исход. тр.
и фиксируем

тоже самое

$$\Lambda = \frac{\sum_{k=0}^{K-1} \ln\left(\frac{\varepsilon_k'}{\varepsilon_k}\right)}{\sum_{k=1}^K T_k}$$

x_1' на другой соседней
траектории.